FONDATION DE LA MOSQUEE
HASSAN II DE CASABLANCA
ACADEMIE DES ARTS TRADITIONNELS

Concours d'accès en 1ère année

Année Académique 2019/2020

Epreuve de Mathématiques		Durée : 1h.
L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée		
❶		Soit (U_n) la suite définie par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{-1+3U_n}{2U_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$
1		1) a) Vérifier que : $(\forall n \in \mathbb{N})\ \ U_{n+1} - 1 = \frac{-1+U_n}{2U_n}$
1 ,5		b) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N})\ \ U_n > 1$
		2) Soit (V_n) la suite définie par : $(\forall n \in \mathbb{N})\ \ V_n = \frac{-1+U_n}{-1+2U_n}$
1,5		a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$
1		b) En déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N})\ \ V_n = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$
1		c) Montrer que : $U_n = \frac{-1+V_n}{-1+2V_n}$
1		d) Calculer $\lim_{n\to+\infty} U_n$.
❷		Soit f la fonction numérique de la variable réelle définie par : $f(x) = ln(x) + x - \frac{1}{x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$
2		1) Calculer : $\lim_{x\to0^+} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$
1		2) a) Montrer que : $(\forall x > 0)\ \ f'(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2}$
1		b) En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}_+^*$
1		3) Vérifier que l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1 à (C_f) est : $y = 3x - 3$
1		4) Montrer que (C_f) admet une branche parabolique dont la direction est celle de la droite (D) D'équation : $y = x$.
2		5) Tracer : (T) et (C_f)
❸		Dans une zone à batir en forme de trapèze ABCD rectangle en A et B , on veut construire un batiment rectangulaire APQR (voir figure) Connaissant les dimensions du trapèze : AB=6 ; BC=2 et AD=5 On veut calculer les dimensions de APQR pour que son aire soit maximale . 1) On pose AP=x et AR=y
1		a) Vérifier que : $x \in [0;6]$
1 ,5		b) Montrer que : $y = \frac{10-x}{2}$
1		2) Préciser l'aire $f(x)$ du rectangle APQR en fonction de x
1,5		3) En déduire l'aire maximale de APQR .