



**FONDATION DE LA MOSQUEE HASSAN II**  
**Concours d'entrée à l'Académie des Arts Traditionnels**  
**Epreuve de Mathématiques**  
**Filières techniques**

Epreuve de Mathématiques		Durée : 1h.
L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée		
<b>1</b>	1,5 1 1	<p>On considère les nombres complexes : <math>z_1 = 1 + i</math> ; <math>z_2 = \sqrt{3} + i</math> et <math>Z = \frac{z_1}{z_2}</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Ecrire les nombres <math>z_1</math>; <math>z_2</math> et <math>Z</math> sous forme trigonométrique</li> <li>2) Ecrire <math>Z</math> sous forme algébrique</li> <li>3) En déduire les valeurs exactes de <math>\cos \frac{\pi}{12}</math> et <math>\sin \frac{\pi}{12}</math>.</li> </ol>
<b>2</b>	1 1 1	<p>Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct <math>(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math>, on considère les points : <math>A(1,1,-1)</math>, <math>B(-1,1,1)</math> et le vecteur <math>\vec{u}(1,1,2)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Donner une représentation paramétrique de la droite <math>(\Delta)</math> passant par A et de vecteur <math>\vec{u}</math></li> <li>2) Montrer que l'équation du plan (P) passant par B et de vecteur normale <math>\vec{u}</math> est : <math>x + y + 2z - 2 = 0</math></li> <li>3) Déterminer les coordonnées du point I d'intersection de (P) et de <math>(\Delta)</math></li> </ol>
<b>3</b>	1 1 1 1 1	<p>Soient <math>(u_n)</math> et <math>(v_n)</math> les suites définies par : <math>\begin{cases} u_{n+1} = -2 + 3u_n ; (n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = \frac{1}{2} \end{cases}</math> et <math>v_n = -1 + u_n</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Calculer <math>u_1</math> et <math>u_2</math></li> <li>2) a) Montrer que <math>(v_n)</math> est une suite géométrique de raison 3 b) Vérifier que : <math>(\forall n \in \mathbb{N}) v_n = (-\frac{1}{2})3^n</math> c) En déduire <math>u_n</math> en fonction de n</li> <li>3) Calculer la somme : <math>S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{17}</math></li> </ol>
<b>4</b>	1,5 1,5 1,5	<p>On considère la fonction numérique de la variable réelle <math>x</math> définie sur <math>\mathbb{R}</math> par : <math>f(x) = e^{2x} - 2e^x</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Calculer <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)</math>; <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)</math> ; <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}</math></li> <li>2) a) Montrer que : <math>f'(x) = 2e^x(e^x - 1)</math> pour tout <math>x</math> de <math>\mathbb{R}</math> b) Dresser le tableau de variation de <math>f</math></li> </ol>
<b>5</b>	1 1 1 1	<p>On considère un lot de terrain sous forme rectangulaire de surface <math>S = 900m^2</math>, et on note sa longueur <math>x</math> et son périmètre <math>f(x)</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Calculer le périmètre de ce terrain pour <math>x = 100m</math></li> <li>2) a) Montrer que : <math>f(x) = 2(\frac{900}{x} + x)</math> b) Vérifier que : <math>f'(x) = 2(\frac{x^2 - 900}{x^2})</math> c) En déduire la valeur du périmètre minimale de ce terrain.</li> </ol>